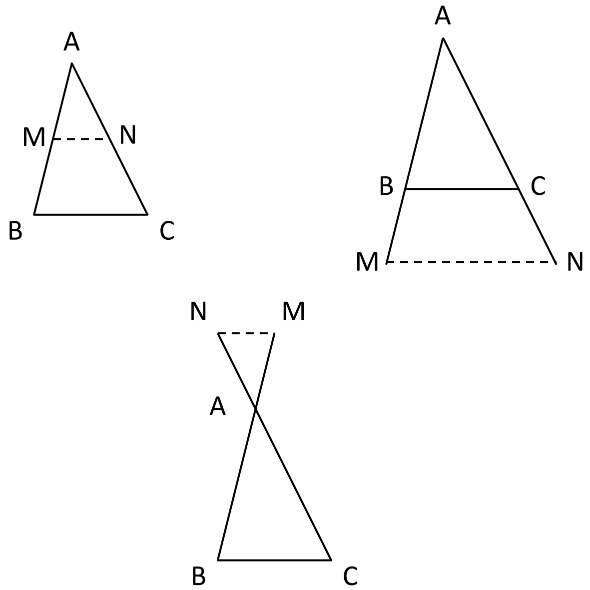
I. THEOREME DE THALES.

a. Configuration de Thalès :

Soient (d) et (d') deux droites sécantes en A
Soient B et M deux points de (d), distincts de A
Soient C et N deux points de (d'), distincts de A
« configuration de Thalès »

Voici les 3 configurations de Thalès « classiques » :



Dans toutes les configurations de Thalès, on retrouve des triangles aux côtés parallèles et dont les longueurs sont proportionnelles.

On peut résumer la position des points A, B, C, M et N par une seule phrase : « **Les droites (MB) et (NC) sont sécantes en A** ».

b. Énoncé du théorème :

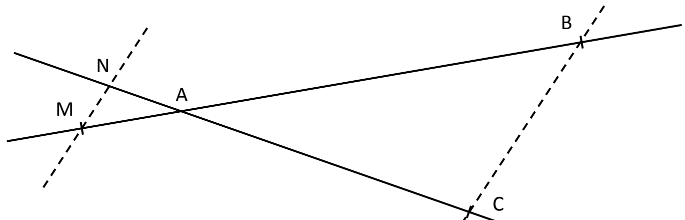
SI les droites (BC) et (CN) sont parallèles,

ALORS $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

Remarque : Cette propriété permet d'affirmer que **SI** $\frac{AM}{AB} \neq \frac{AN}{AC}$, **ALORS** (BC) et (MN) **ne sont pas** parallèles.

c. Exemple d'utilisation :

ABC est un triangle.
La droite (Δ) parallèle à (BC) coupe (AB) en M et (AC) en N, M n'appartenant pas à [AB].
On sait que :
AB = 8 cm ; AC = 6 cm ; AM = 2 cm.
Calculer AN.



Réponse :

Les droites (MB) et (NC) sont sécantes en A.
Puisque (MN) // (BC), alors d'après le théorème de Thalès :

$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

Concrètement : $\frac{2}{8} = \frac{AN}{6} = \frac{MN}{BC}$

D'où : $AN = (6 \times 2) : 8 = 1,5$ cm

II. RECIPROQUE DE THALES.

a. Énoncé du théorème :

SI $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ **et SI les points A, B, M et les points A, C, N sont dans le même ordre,**
ALORS les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

b. Exemple d'utilisation :

ABC est un triangle tel que : AB = 8 cm ; AC = 6 cm ; BC = 4 cm
M et N sont respectivement des points de [AB] et [AC] tels que AM = 6 cm et AN = 4,5 cm.
Démontrer que (BC) // (MN).

Réponse :

D'une part : $\frac{AM}{AB} = \frac{6}{8} = 0,75$.

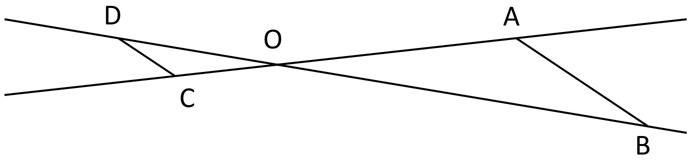
D'autre part : $\frac{AN}{AC} = \frac{4,5}{6} = 0,75$.

Donc $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$.

Puisque les points A, M, B et les points A, N, C sont alignés dans le même ordre,
Et puisque $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$,
Alors d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

EXERCICE 1

Sur le dessin ci-dessous, les droites (AB) et (CD) sont parallèles ; les droites (AC) et (BD) sont sécantes en O.



On donne :

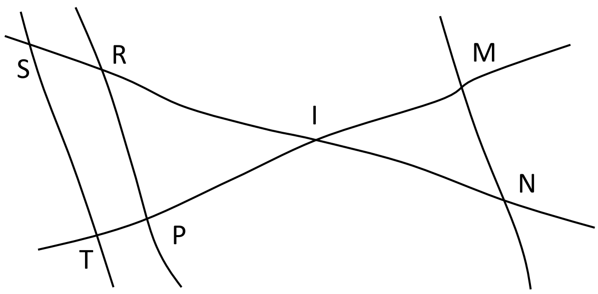
OA = 8 cm OB = 10 cm OC = 2 cm DC = 1,5 cm

1. Calculer la longueur du segment [AB].

2. Calculer la longueur du segment [OD].

EXERCICE 2

Sur la figure ci-après, tracée à main levée :



IR = 8 cm RP = 10 cm IP = 4 cm

IM = 4 cm IS = 10 cm IN = 6 cm IT = 5 cm

On ne demande pas de refaire la figure.

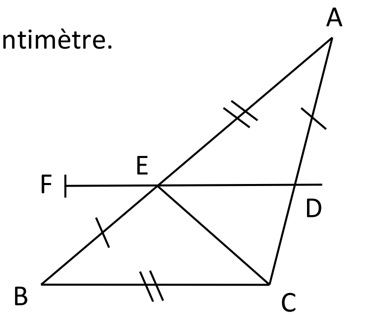
1. Démontrer que les droites (ST) et (RP) sont parallèles.

2. En déduire ST.

3. Les droites (MN) et (ST) sont-elles parallèles ? Justifier.

EXERCICE 3

L'unité est le centimètre.



On considère le triangle ABC.

Soit E un point du segment [AB] ; la parallèle à la droite (BC) passant par E coupe le segment [AC] au point D.

On donne AE = BC = 3 et EB = AD = 2.

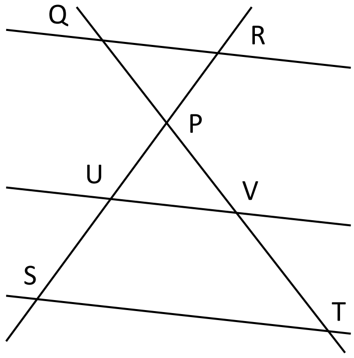
1. Montrer que ED = 1,8.

2. Sur la demi-droite [DE), on place, comme indiqué sur la figure ci-contre, le point F tel que DF = 3.

Les droites (AD) et (BF) sont-elles parallèles ?

EXERCICE 4

Calculer la valeur exacte de ST en utilisant les informations données.



RP = 4 cm

QR = 2,4 cm

PV = 2 cm

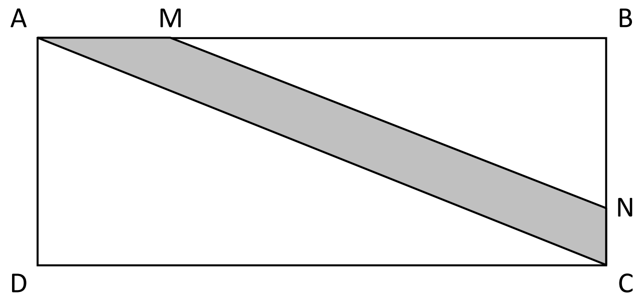
PS = 4,5 cm

(QR) // (UV)

(UV) // (ST)

EXERCICE 5

La figure ci-dessous représente un champ rectangulaire ABCD traversé par une route de largeur uniforme (partie grise).



On donne :

AB = 100 m BC = 40 m AM = 24 m

Les droites (AC) et (MN) sont parallèles.

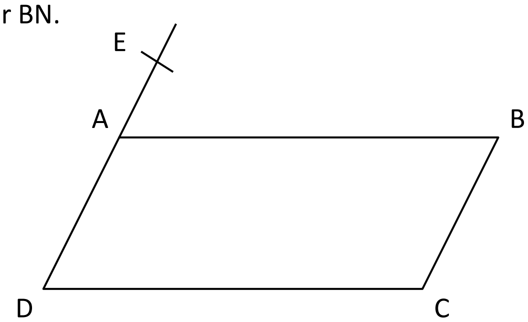
Calculer :

1. La valeur arrondie au décimètre prés de la longueur AC.

2. La longueur MB.

3. La longueur BN.

EXERCICE 6



ABCD est un parallélogramme :

- AB = 8 cm AD = 4,5 cm ;
- E est le point de la droite (AD) tel que AE = 1,5 cm et E n'est pas sur le segment [AD] ;
- la droite (EC) coupe le segment [AB] en M.

1. Calculer AM.

2. Placer le point N sur le segment [DC] tel que :

$$DN = \frac{3}{4} DC$$

Démontrer que les droites (AN) et (EC) sont parallèles.