

Exemple :

$$\begin{cases} 5x + 4y = -1 \\ 3x - 2y = 1 \end{cases}$$

Pour résoudre un système d'équation à plusieurs inconnues, il existe une méthode dite par combinaison. Deux choix sont alors possibles : on peut décider soit d'éliminer les « x » soit les « y ».

ÉLIMINER x

On multiplie chaque équation par un nombre afin de que les coefficients de x soient les mêmes :

$$\begin{cases} 3 \times \{ 5x + 4y = -1 \\ 5 \times \{ 3x - 2y = 1 \end{cases}$$

On obtient un nouveau système équivalent :

$$\begin{cases} 15x + 12y = -3 \\ 15x - 10y = 5 \end{cases}$$

On **soustrait** « terme à terme » les deux équations, pour éliminer y :

$$(-) \curvearrowright \begin{cases} 15x + 12y = -3 \\ 15x - 10y = 5 \end{cases}$$

$$0x + 22y = -8$$

On obtient une équation du premier degré à une inconnu, qu'on résout :

$$\begin{aligned} 22y &= -8 \\ y &= -\frac{8}{22} = -\frac{4}{11} \end{aligned}$$

On remplace maintenant « l'inconnue connue » dans une des deux équations, puis on calcule

$$\begin{cases} 5x + 4 \times \left(-\frac{4}{11}\right) = -1 \\ y = -\frac{4}{11} \end{cases} \quad \begin{cases} 5x - \frac{16}{11} = -1 \\ y = -\frac{4}{11} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x = -\frac{11}{11} + \frac{16}{11} \\ y = -\frac{4}{11} \end{cases} \quad \begin{cases} 5x = \frac{5}{11} \\ y = -\frac{4}{11} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{1}{11} \\ y = -\frac{4}{11} \end{cases} \quad \text{La solution de ce système est } \left(\frac{1}{11}, \frac{4}{11}\right)$$

ÉLIMINER y

On multiplie ce qu'il faut afin de que les coefficients de y soient les mêmes :

$$\begin{cases} 1 \times \{ 5x + 4y = -1 \\ 2 \times \{ 3x - 2y = 1 \end{cases}$$

On obtient un nouveau système équivalent :

$$\begin{cases} 5x + 4y = -1 \\ 6x - 4y = 2 \end{cases}$$

On **ajoute** « terme à terme » les deux équations, pour éliminer y :

$$(+) \curvearrowright \begin{cases} 5x + 4y = -1 \\ 6x - 4y = 2 \end{cases}$$

$$11x + 0y = 1$$

On obtient une équation du premier degré à une inconnu, qu'on résout :

$$\begin{aligned} 11x &= 1 \\ x &= \frac{1}{11} \end{aligned}$$

On remplace maintenant « l'inconnue connue » dans une des deux équations, puis on calcule

...

La solution de ce système est $\left(\frac{1}{11}, \frac{4}{11}\right)$

EXERCICE

Résoudre ces systèmes.

- a. $\begin{cases} 3x + 4y = 9 \\ 5x + 6y = 14 \end{cases}$ b. $\begin{cases} 2x + 3y = -11 \\ 3x - 5y = 12 \end{cases}$ c. $\begin{cases} 6x - 5y = 2 \\ -7x + 3y = 1 \end{cases}$ d. $\begin{cases} 5x - 2y = -16 \\ 3x - 4y = -18 \end{cases}$ e. $\begin{cases} 2x - 7y = 11 \\ -5x + 13y = -17 \end{cases}$